**Вказівки -2016р. (11 клас)**

**1. Відповідь: Корені рівняння належать проміжку (2;5) при а**$\in $ **(2+**$\sqrt{2}$**; 5–**$\sqrt{2}$**).**

**Розв’язання.** Розв’яжемо задачу без використання умов розташування коренів квадратного тричлена відносно заданих чисел. Знайдемо корені рівняння:

$х\_{1}$ **= а–**$\sqrt{2}$**,** $х\_{2}$ **= а+**$\sqrt{2}$**.**

Згідно з умовою складемо систему нерівностей:

$$\left\{\begin{array}{c}2<а+\sqrt{2}<5,\\2<а-\sqrt{2}<5,\end{array}\right.\left\{\begin{array}{c}2-\sqrt{2}<а<5-\sqrt{2,}\\2+\sqrt{2}<а<5+\sqrt{2.}\end{array}\right.$$

Оскільки $2+\sqrt{2}<5–\sqrt{2}$, то система нерівностей має розв’язки.

Звідки **а**$\in $ **(2+**$\sqrt{2}$**; 5–**$\sqrt{2}$**).**

**2.Розв’язання:** перепишемо $\sqrt{5x+1}+\sqrt{x+6}=\sqrt{2x+3}+\sqrt{6x-2}$ так:

$\sqrt{5x+1}–\sqrt{2x+3}=-\sqrt{x+6}+\sqrt{6x-2}$. Піднесемо до квадрату (перетворення не є рівносильним, можуть з’явитися сторонні корені), зведемо подібні, отримаємо$\sqrt{5x+1}·\sqrt{2x+3}$=$\sqrt{x+6}·\sqrt{6x-2}$. Піднесемо до квадрату, отримаємо квадратне рівняння $4x^{2}-17x+15=0$, корені якого $x=1,25 $ та $x=3$. Перший корінь – сторонній. Другий – задовольняє рівняння.

**3. Розв’язання:** Перетворимо даний вираз наступним чином:

**А= (**$х^{2}$**– 4х + 4) + (**$х^{2}$**– 4ху + 4**$у^{2}$**) + (**$у^{2}$**– 2у +1) + 2 =**

**=**$(х-2)^{2}$**+**$(х-2у)^{2}$**+**$(у-1)^{2}$**+2.** Тепер, зрозуміло, що значення цього виразу не менше двох. Оскільки при **х=2, у=1** одержуємо **А=2**, то число **2** і є найменшим значенням для **А**.

**4. Відповідь:3 см2 і 3 см2.**

**Розв’язання:**

Позначимо висоту трикутника АВС через h1, а висоту трикутника АВD через h2, тоді SABO=½·AO·h1, SBOC=½·OC·h1, SADO=½·AO·h2, SDOC=½·OC·h2, звідки

SABO/SBOC=SADO/SDOC, або SBOC·SАDO=SABO·SDOC=1·9=9 см2. Позначимо SBOC=*х*, SАDO=*у*, тоді *х*·*у*=9,звідки *у*=9/*х*.

Врахуємо площу чотирикутника, отримаємо 1+9+*х*+*у*≤ 16, а тоді *х*+*у*≤ 6 або *х*+9/*х*≤ 6.

Із нерівності Коші *х*+9/*х ≥* 2√(*х*·9/*х*)=2·3=6. Отримали дві умови *х*+9/*х*≤ 6 і *х*+9/*х*≥ 6, а тому *х*+9/*х*= 6. Знак рівності досягається при*х*=9/*х*=3.

**5. Відповідь:**при **b-c=0** переможе Оксана, інакше переможе Андрій**.**

**Вказівка**: Розглянемо випадок **b=c.** При будь-якому ході Андрія Оксана зможе повернути гру в аналогічну позицію, де розподіл камінців у порядку спадання по купках буде $a\_{1 } \geq b\_{1}$ **=** $c\_{1}\geq $**0**, при цьому $b\_{1}\leq b$. Дійсно, своїм ходом Оксана однією з купок обов’язково бере купку, що містить с=$b$ камінців. Під час перекладання буде забирати камінці (тобто зменшувати їхню кількість) саме з цієї купки. Нехай новий розподіл камінців після ходу Андрія стане $a^{!}\geq b^{! }>c\_{1}\geq 0$. Тоді Оксана вибирає для ходу найбільші дві купки й робить у них розподіл$a\_{1 }\geq b\_{1}$ **=** $c\_{1}\geq $ **0,** що потрібно було довести.

 Отже, кількість камінців у найменшій купці спадає, якщо після ходу Андрія одна з купок стане порожньою, то наступним своїм ходом Оксана зробить другу купку порожньою й переможе в грі.

Якщо на початку гри b$>$c, то перемагає Андрій. Він своїм ходом вибирає дві найбільші купки й переводить гру в позицію $а\_{1}>b=с>$0. Далі стратегія гри вже описана.