**Вказівки-2016 р. (10 клас)**

**1. Відповідь: Не можливо.**

Розв’язання: У многочлена -5х -12 коефіцієнти є цілими числами, тому їх сума або різниця теж цілі числа. Отже, в отриманого таким чином, квадратному тричленіa +bx +c коефіцієнти цілі числа. Тому

D=–4аc(0;1)(),а 233(). Отже, отримати дискримінант рівний 23 неможливо.

**2.Відповідь: х=2.**

**Вказівка:**Нехай у=х–2. Тоді +=2

+**4** +6 + 4у +1 +–**4** +6– 4у +1 =2+6=0у=0х=2.

**3.Відповідь: *a*=2.**

**Вказівка:**За умовою задачі **.** Тому (а+1)(–а+1) =**а+1=**і-а+1=-+1=**- +1=.**

Оскільки k, то одержана рівність можлива тільки при 2k–1=k, n–k–1=0. Тобто при k=1,n =2*a*=2.

**Або**: усі натуральні числа **a** мають вигляд: 3m; 3m+1 та 3m–1. У перших двох випадках: , неможливо. В останньому:

є степенем трійки, врахуємо , а тому

, а тоді ***а*** (натуральне) лише одне – при , *a*=2.

**4.Відповідь: 1/3.**

**Розв’язання:** Проведемо медіану BK та бісектрису AD. Нехай М – точка перетину медіан трикутника і точка О –перетин бісектрис. Використаємо властивість бісектриси трикутника: АВ:АС=5:6.

**В**

C

**K**

Нехай х-коефіцієнт пропорційності. Отже,

АВ=5х, АС=6х, ВС=5х. Знаючи, що периметр 32,

**D**

отримаємо х=2 і АВ=10, АС=12, ВС=10. З АВС (

OO

**ВК==8. МВ =ВК=.**

З трикутника **АВК,** за властивістю бісектриси,

маємо:**ОВ:ОК=АВ:АК, ОВ: (ВК-ОВ)=10:6,**

**А**

**3ОВ=5(ВК-ОВ),** звідси **ОВ=5.Отже ОМ= -5=.**

**5.Розв’язання.**Позначимо за **А** місто, з якого виходить найбільша кількість доріг. Доведемо методом математичної індукції по кількості **n**міст королівства, що з міста **А** можна проїхати в будь-яке інше місто не більш як двома дорогами.

База індукції при **n =1,2,3** очевидна**.**

Припустимо, що при кількості міст **n**при будь-якому виборінапрямків доріг між містами з міста **А** можна проїхати не більшяк двома дорогами в будь-яке інше місто королівства.

Нехай тепер кількість міст дорівнює **n +1.** Якщо з **А** є пряма дорога у всі міста королівства, то нічого доводити не треба. У протилежному випадку нехай **В**-місто, дорога з якого веде до **А**. Тоді, за припущенням, з міста **А** можна проїхати не більш як двома дорогами в будь-яке інше місто королівства, крім міста **В**. Можливі випадки:

1. існує місто **С,**відмінне від міст **А** та **В**, дорога з якоговеде в місто **А**. Тоді, відкинувши з розгляду місто **С**, отримаємо за припущенням, що з міста **А** в місто **В** можна проїхати не більш як двома дорогами;
2. такого міста С не існує. Тоді в місто **А** входить лише дорога з міста **В**, а тому, навіть відкинувши з розгляду довільне місто **РС**, залишається справедливим твердження про те,що з міста **А** виходить найбільша кількість доріг. Тоді за припущенням з міста **А** в місто **В** можна проїхати не більше як двома дорогами.